

Banca CEPERJ

**Resolução da Prova do
Estado RJ 2009**

Matemática

Parte II



PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Uma indústria produziu 8000 artigos, que foram vendidos da seguinte maneira: 2000 ao preço unitário de R\$15,00 e 6000 ao preço unitário de R\$20,00. O preço médio foi de:

- a) R\$17,50
- b) R\$18,00
- c) R\$18,25
- d) R\$18,50
- e) R\$18,75

$$\frac{\cancel{2000} \cdot 15 + \cancel{6000} \cdot 20}{\cancel{8000}} = \frac{30 + 120}{8} = \frac{150}{8} = 18,75$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Considere verdadeira a afirmação. “Todo flamenguista é fanático por futebol”.

Pode-se concluir que:

- a) Toda pessoa fanática por futebol é flamenguista.
- b) Toda pessoa que não é flamenguista não é fanática por futebol.
- c) Toda pessoa que não é fanática por futebol não é flamenguista.
- d) Alguns flamenguistas não são fanáticos por futebol.
- e) Algumas pessoas que não são fanáticas por futebol podem ser flamenguistas.



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

O número de subconjuntos de $A = \{1,2,3,4\}$ que contém o elemento 2 ou o elemento 3 é:

- a) 14
- b) 13
- c) 12
- d) 11
- e) 10

$$\text{Subconjuntos} = 2^n = 2^4 = 16$$

$$16 - \{ \quad \}, \{1\}, \{4\}, \{1,4\} = 12$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Simplificando – se $\frac{2^{20} + 2^{19}}{2^{18}}$, encontra-se

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 2^{21}

$$\frac{\cancel{2^{18}}(2^2 + 2)}{\cancel{2^{18}}} = 6$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Na igualdade $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = a + \sqrt{b}$, o valor de $a^2 - b$ é:

- a) 1
- b) 2
- c) 6
- d) 5
- e) 7

$$\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} \cdot \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \frac{7 + 2\sqrt{35} + 5}{7 - 5} = \frac{12 + 2\sqrt{35}}{2} = 6 + \sqrt{35}$$

$$a^2 - b = 6^2 - 35 = 1$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Em uma certa cultura de bactérias, o número de bactéria dobra a cada dia. Considerando 2^{10} é aproximadamente igual a 1000, uma cultura iniciada hoje(primeiro dia de trabalho) com 50 dessas bactérias, no dia 25º dia o número delas será de aproximadamente:

(50,100,200, ...)

$$1^{\text{º}} \text{dia} = 50$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_{25} = 50 \cdot 2^{24}$$

$$a_{25} = 50 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^4$$

$$a_{25} = 50 \cdot 1000 \cdot 1000 \cdot 16$$

$$a_{25} = 800.000.000$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Carlos e Márcio são irmãos. Carlos dá a Márcio tantos reais quanto Márcio possui e , em seguida, Márcio dá a Carlos tantos reais quantos Carlos possui. Se terminaram com 16 reais cada um, a quantia que Carlos tinha inicialmente era de

- a) 12 reais
- b) 15 reais
- c) 18 reais
- d) 20 reais
- e) 24 reais

$$\text{Carlos} = y - x + y - x$$

$$\text{Márcio} = x + x - (y - x)$$

$$-2x + 2y = 16$$

$$3x - y = 16 \quad (2)$$

$$\begin{cases} -2x + 2y = 16 \\ 6x - 2y = 32 \end{cases}$$

$$4x = 48$$

$$x = 12$$

$$36 - y = 16$$

$$y = 20$$



PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Em um grupo há 40 homens e 40 mulheres. Sabe-se que 30% dos homens fumam e 6 mulheres fumam. A porcentagem de fumantes no grupo é:

- a) 15%
- b) 17,5%
- c) 20%
- d) 22,5
- e) 25%

$$40 \cdot \frac{30}{100} = 12$$

12 homens fumantes

6 mulheres fumantes

18 fumantes no total

$$\frac{18}{80} = 0,225 = 22,5\%$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

As funcionárias de um departamento resolveram dividir igualmente entre si um presente para o diretor, que fazia aniversário. O presente custava R\$120,00, mas, na hora de pagar, três funcionários faltaram e, com isso, cada uma das presentes teve de dar mais R\$2,00. O número de funcionárias do departamento era:

Número de funcionários = x

Valor do presente = 120

$$\frac{120}{x} + 2 = \frac{120}{x - 3}$$

$$120(x - 3) + 2 \cdot x(x - 3) = 120x$$

$$\cancel{120x} - 360 + 2x^2 - 6x = \cancel{120x}$$

$$x^2 - 3x - 180 = 0$$

$$(x + 12)(x - 15) = 0$$

$$x' = -12 \quad x'' = 15$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

O gráfico da função f é uma reta. Sabendo que $f(-2) = 2$ e $f(14) = 50$ então $f(11)$ é igual a

- a) 37
- b) 38
- c) 39
- d) 40
- e) 41

$$\begin{cases} y = ax + b \\ -2a + b = 2 \quad (-1) \\ 14a + b = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - \cancel{b} = -2 \\ 14a + \cancel{b} = 50 \end{cases} \quad 16a = 48 \Rightarrow a = 3$$

$$14 \cdot 3 + b = 50 \Rightarrow 42 + b = 50 \Rightarrow b = 8$$

$$y = 3x + 8$$

$$y = 3 \cdot 11 + 8$$

$$y = 33 + 8 = 41$$



PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

A equação $x^2 + bx + c = 0$ possui raízes 3 e 5. Então, $b + c$ é igual a:

- a) 7
- b) 10
- c) 15
- d) 19
- e) 23

$$1. (x - 3)(x - 5) =$$

$$x^2 - 8x + 15 =$$

$$-8 + 15 = 7$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

No sistema $\begin{cases} 0,3x + 1,2y = 2,4 \\ 0,5x - 0,8y = -0,9 \end{cases}$ o valor de x é:

- a) 1
- b) -1
- c) 0
- d) 2
- e) 2/3

$$\begin{cases} 3x + 12y = 24 & (2) \\ 5x - 8y = -9 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + \cancel{24y} = 48 \\ 15x - \cancel{24y} = -27 \end{cases}$$

$$21x = 21$$

$$x = 1$$



@claytonjhow

Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Durante a noite, o dono de uma loja aumentou todos os preços em 20% e , no dia seguinte, anunciou um desconto de 30% em todos os produtos. O desconto real que ele está oferecendo é de:

- a) 10%
- b) 12%
- c) 14%
- d) 16%
- e) 18%

$$x \cdot 1,2 \cdot 0,7 =$$

$$x \cdot 0,84 = \frac{84x}{100}$$

Desconto de 16%



Banca CEPERJ

Banca CEPERJ

Resolução da Prova do

Estado RJ 2009

Matemática

Parte III



PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Se $f(2x - 3) = \frac{x + 4}{x - 1}$ para $x \neq 1$, então $f(7)$ é:

- a) $9/4$
- b) 2
- c) $5/8$
- d) $11/6$
- e) 3

$$2x - 3 = 7$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$f(2 \cdot 5 - 3) = \frac{5 + 4}{5 - 1}$$

$$f(7) = \frac{9}{4}$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Considere a função $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(0) = 0$ e $f(n + 1) = f(n) + n + 1$ para todo $n \in \mathbb{N}$. O valor de $f(4)$ é:

- a) 7
- b) 8
- c) 9
- d) 10
- e) 13

$$f(3 + 1) = f(3) + 3 + 1$$

$$f(4) = f(3) + 4 = 10$$

$$f(2 + 1) = f(2) + 2 + 1$$

$$f(3) = f(2) + 3 = 6$$

$$f(1 + 1) = f(1) + 1 + 1$$

$$f(2) = f(1) + 2 = 3$$

$$f(0 + 1) = f(0) + 0 + 1 \quad f(1) = 0 + 0 + 1 = 1$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

O valor mínimo da função $y = (x - 1)^2 + (x + 2)^2$ é

- a) 4
- b) 4,5
- c) 5
- d) 5,5
- e) 6

$$y = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$$

$$y = 2x^2 + 2x + 5$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5)}{8} = \frac{-(4 - 40)}{8} = \frac{36}{8} = 4,5$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Nesta questão, considere $\log 2 = 0,3$. Dada a função $f(x) = 3 \cdot 2^x$ se $f(x) = 120$, dentre as alternativas abaixo, a que mais se aproxima do valor de x é:

- a) 4,6
- b) 5
- c) 5,3
- d) 5,8
- e) 6,2

$$3 \cdot 2^x = 120$$

$$2^x = 40$$

$$\log_2 40 = x$$

$$\log 5 = \frac{\log 10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$\frac{\log 40}{\log 2} = x \Rightarrow \frac{\log 2^3 \cdot 5}{\log 2} = x \Rightarrow \frac{3\log 2 + \log 5}{\log 2} = x$$

$$\frac{3 \cdot 0,3 + 0,7}{0,3} = x \Rightarrow \frac{1,6}{0,3} = x \Rightarrow \frac{16}{3} = x \Rightarrow 5,\bar{3} = x$$

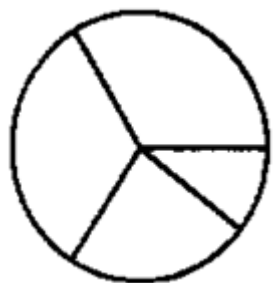


PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Os atletas de um clube dedicam-se, cada um, a um esporte de acordo com a tabela abaixo

Futebol	36%
Vôlei	30%
Basquete	25%
Handebol	9%

Estes dados podem ser representados em um gráfico de setores como representado abaixo



O ângulo central do setor que representa os jogadores de vôlei mede:

- a) 60%
- b) 72%
- c) 100%
- d) 108%
- e) 120%

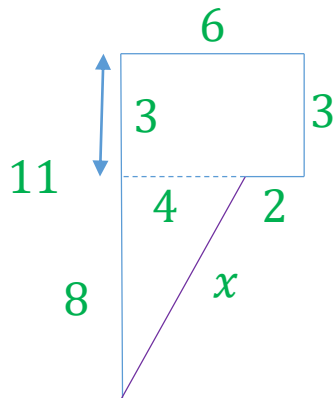
$$\frac{360 \cdot 30}{100} = 108$$

$$\begin{array}{r} 30 \quad 100 \\ \times \quad 360 \\ \hline \end{array}$$

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

O terreno de uma grande fazenda é muito plano. Certo dia, o fazendeiro saiu de casa com seu jipe e andou 11km para o norte. Em seguida, andou 6 km para o leste, 3 km para o sul e 2km para o oeste. Neste ponto, a distância do fazendeiro à sua casa é de aproximadamente:

- a) 7km
- b) 8 km
- c) 9km
- d) 10km
- e) 11km



$$x^2 = 8^2 + 4^2$$

$$x^2 = 64 + 16$$

$$x^2 = 80$$

$$x = \sqrt{80}$$

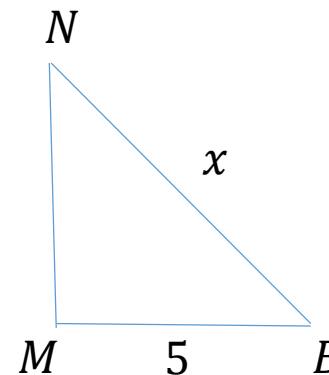
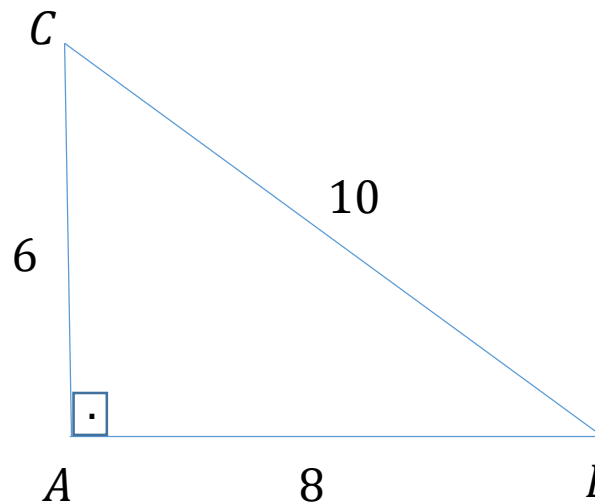
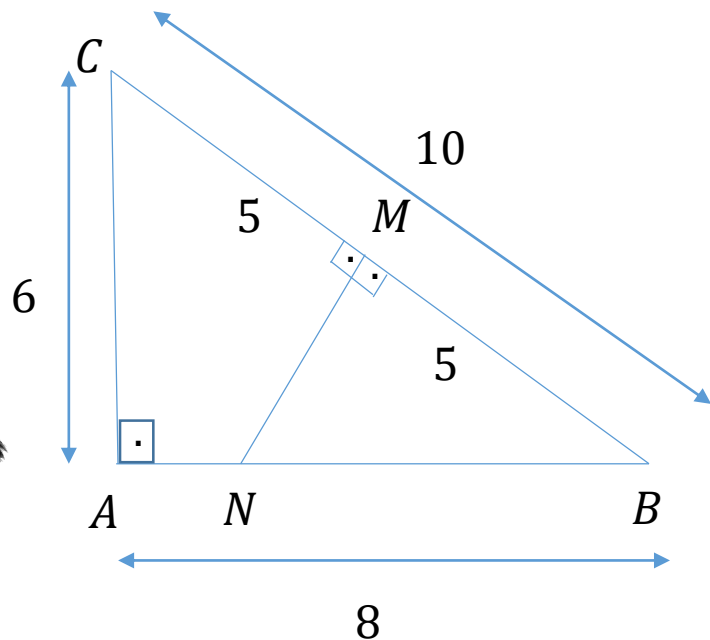


@claytonjhow

Banca CEPERJ

O triângulo retângulo ABC da figura abaixo tem catetos $AB = 8$ e $AC = 6$. Pelo ponto M , médio da hipotenusa, traçou-se o segmento MN perpendicular a BC . O segmento NA mede:

- a) $7/4$
- b) 2
- c) $9/4$
- d) $5/2$
- e) $11/4$



$$\frac{10}{8} = \frac{x}{5} \quad 8x = 50 \quad x = \frac{50}{8} = \frac{25}{4}$$

$$AN = 8 - \frac{25}{4} = \frac{32 - 25}{4} = \frac{7}{4}$$



@claytonjhow

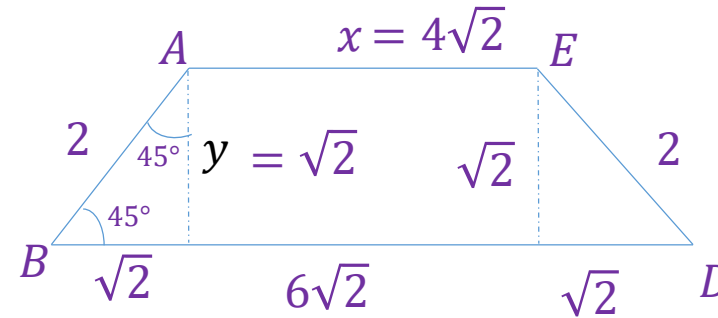
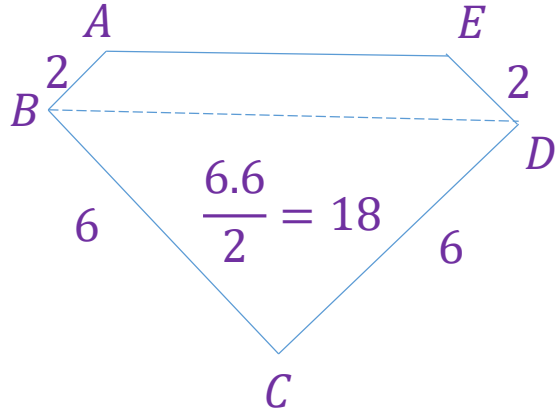
Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

A figura a seguir mostra um pentágono ABCDE cujos ângulos em B, C e D são retos, $AB = DE = 2\text{cm}$ e $BC = CD = 6\text{cm}$

A área desse pentágono é:

- a) 20cm^2
- b) 22cm^2
- c) 24cm^2
- d) 26cm^2
- e) 28cm^2



$$\begin{aligned}y^2 + y^2 &= 2^2 \\2y^2 &= 4 \\y^2 &= 2 \\y &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$A = \frac{(6\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{10 \cdot 2}{2} = 10$$

$$\text{Área total} = 18 + 10 = 28\text{cm}^2$$



PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

No departamento de vendas de uma empresa trabalham 4 homens e duas mulheres. Destas 6 pessoas, um grupo de 3 pessoas deve ser escolhido de forma que possua pelo menos uma mulher. O número de grupos diferentes que podem ser formados é:

- a) 16
- b) 12
- c) 8
- d) 20
- e) 24

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3!1} = 4$$

$$20 - 4 = 16$$



PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Uma urna contém duas bolas brancas e três bolas pretas. Sacando ao acaso duas bolas da urna, a probabilidade que sejam da mesma cor é de:

- a) 20%
- b) 30%
- c) 40%
- d) 50%
- e) 60%

Duas Bolas brancas

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

Duas bolas pretas

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$$

$$\frac{2}{20} + \frac{6}{20} = \frac{8}{20} = \frac{40}{100}$$



Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. A soma dos elementos de A^2 é:

- a) 30
- b) 40
- c) 50
- d) 70
- e) 100

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \\ 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 6 & 19 \end{bmatrix}$$

$$7 + 18 + 6 + 19 = 50$$



Banca CEPERJ

Um prisma possui 14 faces. O número de arestas desse prisma é:

- a) 24
- b) 26
- c) 28
- d) 30
- e) 36

2 faces da Base(dodecagono) 12 faces laterais(retangulares)

$$2 \cdot 12 + 12 = 36$$

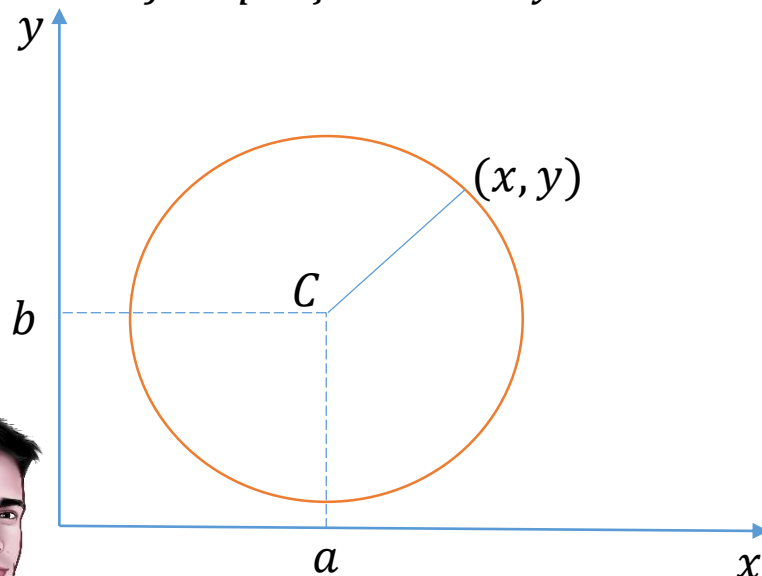


Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

A circunferência cuja equação é $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 4 = 0$ tem raio igual a:

- a) $\sqrt{11}$
- b) $\sqrt{13}$
- c) $\sqrt{15}$
- d) $\sqrt{17}$



distância entre dois pontos = $\sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2}$

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 - 17 = 0$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 17$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{17})^2$$



Banca CEPERJ

Banca CEPERJ

**Resolução da Prova do
Estado RJ 2009**

Matemática

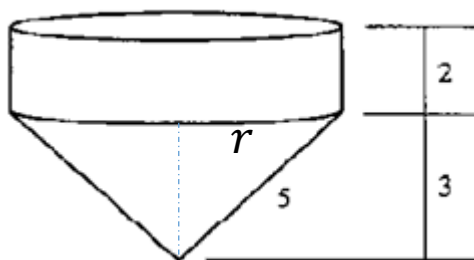
Parte III



@claytonjhou

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Um reservatório é formado por um cilindro de 2m de altura e um cone com 3m de altura e geratriz medindo 5m, como mostra a figura a seguir



$$V_{cone} = \frac{AB \cdot h}{3}$$

$$V_{cone} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 3}{3} = 16\pi$$

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$r = 4$$

A capacidade deste reservatório é cerca de:

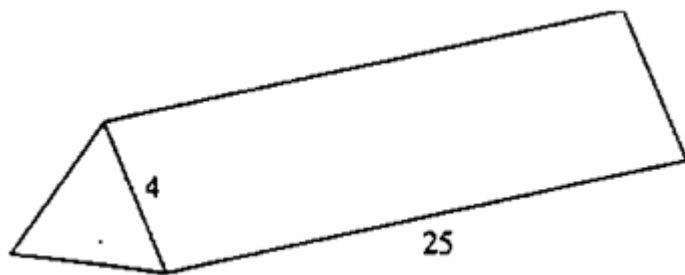
- a) 100.000 litros
- b) 120.000 litros
- c) 150.000 litros
- d) 180.000 litros
- e) 200.000 litros

$$V_{cilindro} = AB \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = 32\pi$$

$$48\pi = 48 \cdot 3,14 = 150,72m^3 = 150720 dm^3 = 150720 \text{ litros}$$

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

A embalagem de certo chocolate suíço tem a forma de prisma triangular regular cujas faces laterais são retângulos de 25cm por 4cm.



O volume dessa embalagem, em cm^3 , é aproximadamente igual a:

- a) 154
- b) 173
- c) 217
- d) 266
- e) 300



$$V = AB \cdot h = 4\sqrt{3} \cdot 25 = 100\sqrt{3}$$

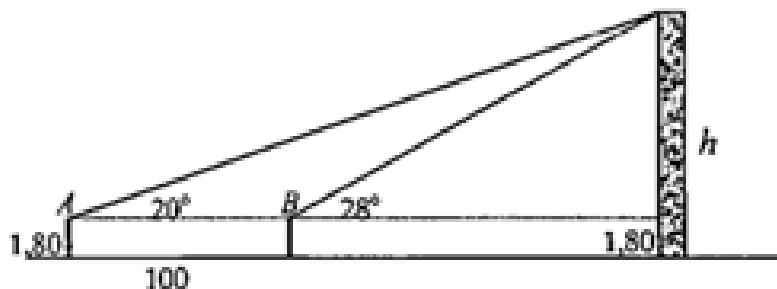
$$AB = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

Banca CEPERJ

PROVA Matemática ESTADO RJ 2009

Um observador de 1,80 de altura vê o ponto mais alto de uma torre segundo um ângulo de 20° em relação ao plano horizontal que passa pelo seus olhos. Caminhando 100m em direção à torre, passa a vê-lo sob o ângulo de 28° , conforme esta representado na figura abaixo. Sabendo que tangente de 20° é igual a 0,364, e que a tangente de 28° é 0,531 a altura h da torre em relação ao solo é de aproximadamente:

- a) 94m
- b) 106m
- c) 118m
- d) 130m
- e) 141m



$$\operatorname{tg} 28^\circ = \frac{h}{y} \Rightarrow 0,531 = \frac{h}{y} \Rightarrow 0,531y = h$$

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{h}{100 + y} \Rightarrow 0,364 = \frac{h}{100 + y} \Rightarrow h = 36,4 + 0,364y$$

$$0,531y = 36,4 + 0,364y \Rightarrow 531y = 36400 + 364y$$

$$531y - 364y = 36400 \Rightarrow 167y = 36400 \Rightarrow y \cong 217$$

$$h = 217 \cdot 0,531 = 115,227 + 1,8 = 117,027$$

